Fizika és Fizika I. számolási gyakorlat segédlete

Horváth Árpád

2017. március 28.

A segédlet a Villamosmérnök, Mérnökinformatikus és Műszaki menedzser szakok Fizika I. illetve Fizika tárgyához tartozó tantermi gyakorlathoz készült.

A zh-ban az órán vett és a házi feladatnak kiadott feladatokhoz hasonló típusú feladatok szerepelnek majd. A szorgalmi feladatok alaposabb elmélyülésre készületek és pluszpontszámok szerzésével járhatnak.

A {131/2.} alakú feladatsorszámok a Balázs Zoltán–Sebestyén Dorottya féle *Fizika* tankönyv feladataira utalnak. Az első szám az oldalszám, a második a feladatszám. Az {LMST 284/6.} alakú feladatsorszámok az előzőhöz hasonlóan utalnak a Lökös–Mayer–Sebestyén–Tóthné féle Kandós *Fizika példatárra*, a {38C-28} alakúak a Hudson–Nelson: *Útban a modern fizikához* példáira utalnak.

Több segédanyag megtalálható itt: http://django.amk.uni-obuda.hu/segedletek/fizika/ beleértve hőtannal kapcsolatos videókat (hotan.html) és más Fizika tantárgyak segédleteit.

Moodle oldal: https://elearning.uni-obuda.hu Belépés NEPTUN-azonosítóval és -jelszóval.

1. Kinematika alapjai

1.1. Házi feladatok

1.1. feladat: {LMST 18/9.} Egy test gyorsulás-idő függvénye $a(t) = 5t + 2$, kezdetben $5\frac{m}{s}$ a sebessége és 20 méternél van. Írjuk fel a $v(t)$ és $x(t)$ függvényeket és mindhárom függvény (a, v, x) értékét 10 másodpercnél.

1.2. feladat: {LMST 18/10. (bővített)} A test hely–idő függvénye

$$x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3,$$

ahol C=0,14 $\frac{m}{s^2}$, D=0,01 $\frac{m}{s^3}$.

a) Írjuk fel a sebesség–idő és gyorsulás–idő függvényt!

b) A mozgás kezdete után mennyi idővel lesz a test gyorsulása 1 m/s^2? (12 s)

c) Mekkora az átlagos gyorsulás a kezdettől eddig a pillanatig? (0,64 m/s^2)

1.3. feladat: {LMST 19/17. (bővített)} Egy követ kiejtenek egy léggömb kosarából 300 m magasságban. Mennyi idő alatt ér földet a kő, ha a léggömb

a) $5\frac{m}{s}$ sebességgel emelkedik (8,6 s)

b) $5\frac{m}{s}$ sebességgel süllyed (7,26 s)

c) egyhelyben áll. (7,76 s)

d) Első esetben mennyi ideig, és milyen magasra emelkedik? (0,5 s, 1,25 m)

A légellenállás elhanyagolható.

2. Dinamika = Kinetika

2.1. Órai feladatok

2.1. feladat: {} Mekkora gyorsulás származik a Föld keringéséből? A földpálya körnek tekinthető, melynek sugara 150 millió km. Hányadrésze ez a gravitációs gyorsulásnak? ($a_{\text{cp}} = 0{,}00595$ m/s, 1680-ad része)

2.2. Házi feladatok

2.2. feladat: {LMST 35/1.} Egy 1 kg tömegű testet 20 N állandó erővel emelünk. Mekkora a test gyorsulása?

2.3. feladat: {LMST 35/2.} Egy 200 kg tömegű testet 5 s alatt 8 m magasra kell emelni. Az út első felében a mozgás egyenletesen gyorsuló, a második felében egyenletesen lassuló. (A gyorsulás nagysága a mozgás mindkét szakaszában megegyezik és a test nulla végsebességet ér el.) Mekkora emelőerő szükséges az egyes szakaszokban? (2256 N; 1744 N)

2.4. feladat: {LMST 21/25.} Mekkora gyorsulás származik az egyenlítőn a Föld forgásából? A Föld sugara 6370 kilométer. (A periódusidőt ismerjük.) Hányadrésze ez a gravitációs gyorsulásnak? ($a_{\text{cp}} = 0{,}034$ m/s, 294-ed része)

2.5. feladat: {} Szorgalmi: Mekkora a gyorsulás az egyenlítő helyett nálunk a $\varphi = 47^o$ szélességen.

3. Ferde hajítás, mechanikai energia megmaradása

3.1. Órai feladatok

3.1. feladat: {LMST 19/18.} 25 m magas toronyból vizszintesen 15 m/s sebességgel ágyúgolyót lőnek ki.

a) Mennyi ideig tart a kő mozgása?

b) Mekkora a távolság a torony alja és a becsapódás helye között? (És a kilövés pontja és a becsapódás pontja között?)

c) Mekkora sebességgel csapódik a földbe?

d) A kő földetérésekor milyen a sebesség iránya? (vizszintessel bezárt szög)

A légellenállás elhanyagolható és a terep vizszintes ...

3.2. feladat: {LMST 20/20.} Egy gyerek a vízszinteshez képes 70^o-os szög alatt felhajít egy labdát, amely a vizszintes irányban éppen be tud repülni a gyerek válla felett 10 m magasan levő ablakon. Mekkora sebességgel hagyta el a labda a gyerek kezét? Mekkora volt a pályályának a görbületi sugara, amikor az ablakon berepült? (15,05 m/s, 2,65 m)

3.2. Házi feladatok

3.3. feladat: {LMST 21/23. (bővített)} Milyen távolságra repül a súlygolyó, ha a súlydobó a golyót a föld felett 2 m magasságból 45^o-os szög alatt löki el $12\frac{m}{s}$ kezdősebességgel? Mekkora sebességgel ér földet? Milyen magasra száll?

4. Ütközések egy egyenes mentén

Az ütközéses feladatok esetén a két határeset a rugalmatlan és a rugalmas. A valóságban lezajló ütközések általában a kettő közöttiek szoktak lenni. Mindkettőnél megmarad az impulzus (=lendület). Bár mindkettőnél megmarad az energia is, a könnyen számolható mechanikai energiák nem maradnak meg a rugalmatlannál: hővé és egyéb más energiává alakulnak.

Az alábbi feladatokban egy egyenes mentén mozog a két test kezdeti sebességét a v és V betűvel, az ütközés utáni sebességüket v' illetve V' betűvel, a tömegeiket m és M betűvel jelölöm. A fenti mennyiségekbe beleértek egy előjelet úgy, hogy előre kijelölöm az egyenesen az egyik irányt pozitívnak, és az olyan irányú sebességeket pozitívnak veszem, az ellentéteseket negatívnak. Az előjelet a sebességbe beleértve (azaz sebességkomponenseket és nem sebességnagyságokat használva) a lendület- és mechanikaienergia-megmaradás képletét írhatom mindig a következő formában:

$$mv + MV = mv' + MV'$$
$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2$$

4.1. feladat: {} Igazoljuk, hogy a rugalmas ütközésnél (amikor a mozgási energiák összege és a lendületé is megmarad), igaz a

$$v + v' = V + V'$$

összefüggés.

Ezzel az összefüggéssel lehet egyszerűen számolni rugalmas ütközések esetén. Ha az eredeti két képletet használjuk, két megoldást kapunk mindkét végsebességre.

4.2. feladat: {} Az ütközés előtt a két test az ábra szerint mozog. Mekkora lesz a végén a sebességük nagysága és iránya, ha (a) rugalmasan, (b) rugalmatlanul ütköznek.

$\xrightarrow{\qquad\qquad v, m \qquad\qquad} \quad \xrightarrow{\quad V, M \quad}$

A kezdeti sebességnagyságok $|v| = 5\ \frac{m}{s}$, $|V| = 2\ \frac{m}{s}$,
a tömegek $m = 2\ kg, \quad M = 3\ kg$.

4.3. feladat: {} Mi lesz az előző feladat megoldása rugalmas és rugalmatlan esetben, ha az alábbiak szerint vannak a sebességirányok?

$\xrightarrow{\qquad\qquad v, m \qquad\qquad} \quad \xleftarrow{\quad V, M \quad}$

5. Numerikus és analitikus megoldás

5.1. Házi feladatok

5.1. feladat: {} Határozzuk meg az esést közegellenállás mellett 4 lépésig, ha
m=2 kg, $k = 2\frac{N}{m/s}$, $\Delta t = 0{,}1$!

5.2. feladat: {} Szorgalmi feladat: program/táblázat írása, amely numerikus módon számol mozgást az alábbi erőtörvényekkel. Előny, ha a mozgást animálja vagy/és grafikonon ábrázolja, illetve ha webes alkalmazásként (CGI, flash, java) fut. Excel táblázat is szóba jöhet.

Erőtörvények a numerikus megoldásokhoz:

harmónikus rezgés	$F = -Dx$
csillapított rezgés	
- közegellenállással	$F = -Dx - kv$
- surlódással	$F = -Dx \pm \mu F_{\text{ny}}$ (sebességgel ellentétes)
szabadesés	$F = mg$
esés közegellenállással	$F = mg - kv$
landolás	$F = mg - F_{\text{rakéta}}(t)$

5.3. feladat: {} Szorgalmi feladat: program, amely egy/több égitest körüli keringést számol numerikusan.

6. Forgómozgás

6.1. A mozgástípusok összehasonlítása

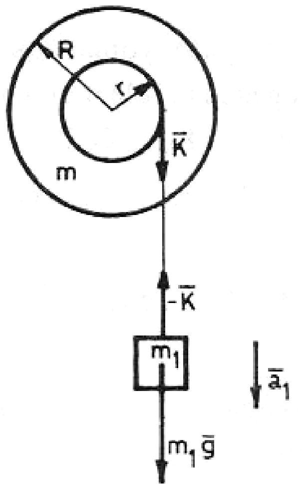
haladó	**forgó**	**kör** (a forgó egy pontja)
$s(t)$ ill. $x(t)$ ... elmozdulás	$\varphi(t)$ szögelfordulás	$s = \varphi \cdot r$
$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \dots$ sebességkomponens	$\omega(t) = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$ szögsebesség	$v_{\text{kerületi}} = \omega \cdot r$
$a_x(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \dots$ gyorsuláskomponens	$\beta(t) = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$ szöggyorsulás	$a_{\text{érintőirányú}} = \beta \cdot r$ $a_{\text{cp}} = \frac{v^2_{\text{kerületi}}}{r}$ $a = \sqrt{a^2_{\text{érintőirányú}} + a^2_{cp}}$
m tömeg	Θ tehetelenségi nyomaték	
$\vec{F}$ erő	$\vec{M}$ forgatónyomaték	
$\vec{F} = m\vec{a}$ dinamika alaptörvénye	$\vec{M} = \Theta\vec{\beta}$ forgómozgás alaptörvénye	
$E_m = \frac{1}{2}mv^2$	$E_m = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$	
mozgási energia		
$\vec{p} = m\vec{v}$ lendület (=impulzus)	$\vec{L} = \Theta\vec{\omega}$ perdület (=impulzusmomentum)	
$\Sigma\vec{p}_i$ =állandó ha a külső erők eredője nulla lendületmegmaradás	$\Sigma\vec{L}_i$ =állandó ha a külső erők eredő nyomatéka nulla perdületmegmaradás	

6.2. Házi feladatok

6.1. feladat: {LMST 68/2.} Mekkora szögsebességet ér el egy 20 kg tömegű, 60 cm átmérőjű lendítőkerék, amelyre 12 másodpercig 6 Nm forgartónyomaték hat? (20 1/s)

6.2. feladat: {LMST 68/3.} 50 kg tömegű 50 cm sugarú korong 10 1/s szögsebességgel forog. Mekkora sugárirányú F elővel lehet a korongot 20 s alatt lefékezni $\mu = 0{,}5$ súrlódási együttható esetén?

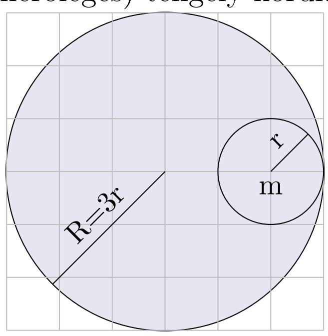
6.3. feladat: {LMST 61/1. (kidolgozott)} Az R sugarú, m tömegű korongot, r sugarú tárcsa kerületére csavart fonállal fozzuk forgásba úgy, hogy a fonal szabad végére m_1 tömegű testet függesztünk. Milyen szöggyorsulással forog a korong? (A fonál nyújthatatlan és elhanyagolható tömegű, a tárcsa tömegétől és súrlódásától eltekintünk . . .)



A könyvben a szöggyorsulás jele ε, mi gyakorlaton az β jelölést hasnájuk, ami a középiskolában megszokott.

6.4. feladat: {LMST 61/2. (kidolgozott)} Az R sugarú, m tömegű korong vizszintes tengely körül súrlódás nélkül foroghat. A korong kerületén átvetett fonál egyik végére m_1, a másik végére m_2 ($< m_1$) tömegű testet függesztünk. Mekkora a korong szöggyorsulása?

6.5. feladat: {} Egy nagyobb korongra egy kisebbet ragasztottunk az ábrán látható módon. A két korong ugyanabból a lemezből lett kivágva. A kicsinek a tömege $m = 2{,}6$ kg, sugara $r = 10$ cm. A korongok elfordulhatnak a kisebbik korong középpontján átmenő (a síkjára merőleges) tengely körül.



1. A test tehetetlenségi nyomatékát az adott tengelyre __________.
2. A kezdeti pillanatban __________ szöggyorsulása van a korongnak, ha a kis korong középpontja a nagy korongéval azonos magasságban van? (A korong síkja függőleges.)

6.6. feladat: {} Szorgalmi: Vezessük le a henger tehetelenségi nyomatékát!

7. Relativitáselmélet

7.1. Házi feladatok

7.1. feladat: {LMST 86/1.} Számítsuk ki, mekkora az elektron „mozgási tömege” és mozgási energiája, ha $v = 5 \cdot 10^7$ m/s, illetve ha $v = 2{,}4 \cdot 10^8$ m/s sebességgel mozog. Hány százalékkal nagyobbak az értékek a klasszikusan számoltakhoz viszonyítva? (Az elektron nyugalmi tömege $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.)

7.2. feladat: {} Egy proton mozgási tömege a nyugalminak kétszerese.

a) Mekkora a mozgási energiája? ($1{,}512 \cdot 10^{-10}$ J)

b) Mekkora feszültség gyorsította? (945 millió V)

c) Mekkora a sebessége? (a fénysebesség 87 %-a)

7.3. feladat: {LMST 90/10.} Egy atomerőmű teljesítménye 1 MW (megawatt). Mennyivel csökken egy év alatt a fűtőanyag tömege?

7.4. feladat: {} A 20 éves űrutazó ikertestvére a Földön marad, Ő $0{,}8c$ sebességgel a 20 fényévre levő csillaghoz utazik és vissza. Mekkora lesz a koruk, amikor visszaér? **Megoldás:** 70 illetve 50 év.

7.5. feladat: {} A müon nevű részecske 1,5 μs felezési idővel bomlik. A légkörben nagyjából 60 km magasságban keletkeznek, amikor egy világűrből jövő részecske beleütközik a légkörbe.

(a) A sebességük a fénysebességhez nagyon közeli. Mekkora részük maradna meg, ha nem számolnánk a időtartam relativisztikus változásával?

(b) A sebességük pontosabban $v = 0{,}9998c = (1 - 2 \cdot 10^{-4})c$. Mekkora ideig tart a sajátidejükben az út a Föld felszínéig?

(c) Milyen hosszú a müon rendszeréből nézve ez a 60 km-es út?

Megoldás: (a) Fénysebességgel a 60 km $\Delta t' = 2 \cdot 10^{-4}$ s ideig tart, ami a felezési időnek 133-szorosa. A részecskéknek tehát ennyiedrésze maradna meg:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{133} \approx 10^{-40}$$

Ezen nem sokat változtat, hogyha a (b) részben megismert sebességgel számolunk.

(b) A gyökös kifejezés értéke közelítőleg $\sqrt{4 \cdot 10^{-4}} = 0{,}02$. A müon rendszerében az út $\Delta t = 4 \cdot 10^{-6}$ s időtartamú.

(c) A müon rendszerében az út $\Delta x = 1{,}2$ km hosszú. (Ez a felezési időnek csak nagyjból duplája, azaz nagyjából csak kétszer feleződik a müonok száma.)

7.6. feladat: {} A boszorkány seprűje a saját rendszerében 20 méter hosszú. Amikor a boszorkány $v = 0{,}9c$ sebességgel halad a földhöz képest, mekkora lesz a söprű hossza a föld rendszerében? Mekkora lesz a boszorkány számára a földön lévő 10 méter hosszú alagút? Belefér-e a söprű? Hogyan értelmezhető a jelenség a boszorkány rendszerében?

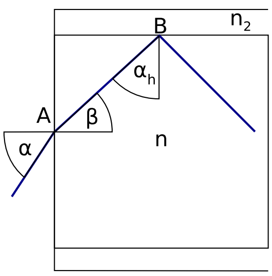
8. Optika

8.1. Órai feladatok

8.1. feladat: {} A törés törvényének levezetése a Fermat-elvből; törésmutató, teljes visszaverődés származtatása.

8.2. feladat: {} A teljes visszaverődés határszöge vízben. Hogyan látjuk a víz feletti világot?

8.3. feladat: {} Mekkora az α kritikus szög, amelynél nagyobb szögek esetén nincs teljes visszaverődés a B pontnál? A mag törésmutatója 1,54; a köpenyé 1,47. ($26{,}0^0$)



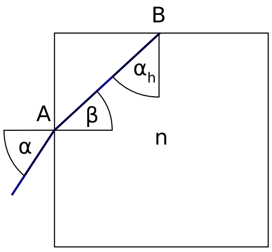
8.4. feladat: {} A mag törésmutatója 1,54; a köpenyé 1,47. A szál magja 50 μm átmérőjű (multimódusú) üveg.
(a) Mennyi ideig tart a tengely mentén haladó sugárnak végigjutni?
(b) Mennyi ideig tart a tengellyel maximális szöget bezáró sugárnak végigjutni?
(c) Adjunk nagyságrendi becslést, mekkora frekvenciánál van az átvitel felső korlátja?
(d) Milyen módszerekkel növelhetjük a sávszélességet?

8.2. Házi feladatok

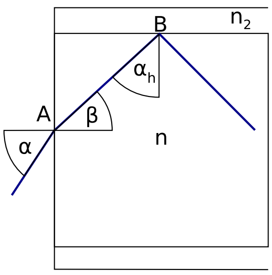
Lehet feladat zh-n a Fermat-elvből a fényvisszaverődés ill. fénytörés levezetése.

8.5. feladat: {} Mekkora a teljes visszaverődés határszöge a gyémántban (a) ha levegőben van, (b) ha vízben van. A gyémánt törésmutatója 2,42, a vízé 1,33.

8.6. feladat: {} Egy levegőben levő kocka anyagának törésmutatója 1,4. Maximum ___________ fokos az a szög, amely alatt beeső fénysugarak az anyag határán kifelé (B pontnál) teljes visszaverődést szenvednek. (Lásd az ábrát.)



8.7. feladat: {} 10 km-es optikai szálban a tengely mentén 100 μs alatt ér végig a fény. Mekkora a törésmutatója a magnak? (3/2)
Mennyivel később ér végig, ha $\beta = 15^0$, és az egyik fénysugár ebben az irányban halad?
Mekkora a köpeny törésmutatója?
Mekkora az α kritikus szög, amelynél B pontban már éppen teljes visszaverődés van?



8.8. feladat: {} Szorgalmi feladatok: vékony és vastag lencsékkel kapcsolatos számítások illetve grafikus feladatmegoldás, leképezési hibák, távcsövek képalkotása.

9. Állandók, egységek

fényebesség	c	$\approx 3 \cdot 10^8$m/s (pontosan 299792458 m/s)
Planck-állandó	h	$6{,}6262 \cdot 10^{-34}$Js
redukált P.-á.	$\hbar$	$1{,}054 \cdot 10^{-34}\text{Js} = 6{,}582 \cdot 10^{-22}\text{MeV} \cdot \text{s}$
elemi töltés	e	$1{,}60219 \cdot 10^{-19}$C
atomi tömegegység	u	$1{,}66056 \cdot 10^{-27}$kg

$1\text{eV} = 1{,}60219 \cdot 10^{-19}\text{J}$
$1\text{eV/c}^2 = 1{,}789 \cdot 10^{-36}\text{kg}$
$1\text{barn} = 10^{-28}\text{m}^2$

10. Részecskék

név	tömeg (kg)	tömeg (MeV/c^2)	töltés (e)	élettartam* (s)
elektron	$9{,}1095 \cdot 10^{-31}$	0,511	-1	∞
müon		105,66	-1	$2{,}197 \cdot 10^{-6}$
tau		1777	-1	$291 \cdot 10^{-15}$
proton	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$	938,27	1	∞
neutron	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$	939,57	0	887
pion $\pi^{\pm}$		193,57	± 1	$2{,}603 \cdot 10^{-8}$
pion π^0		134,98	0	$8{,}4 \cdot 10^{-17}$
Z^0		91188 ± 22	0	
$W^{\pm}$		80419 ± 56	± 1	

* Az élettartam valójában átlagos élettartam, mivel nem minden részecske bomlik egyenlő idő alatt. Ennyi idő alatt a részecskék száma e-ed részére csökken. A felezési idő ennél valamivel kevesebb: a fenti értéket $\ln 2 = 0{,}693$ értékkel kell szorozni, hogy megkapjuk azt.

11. Törésmutatók

víz	1,33	üveg	1,4..1,8	gyémánt	2,4
$ZnSiO_4$ (cirkónium)	1,9	GaAs	3,5	NaI(Tl)	1,85
$PbWO_4$ (ólom volframát)	2,3	BGO	2,20	BaF_2	1,56