Műszaki fizika segédlet
Útmutató a készüléshez

Horváth Árpád

2016. december 6.

Bevezető

Ez a segédlet az Óbudai Egyetem Alba Regia Egyetemi Központ Műszaki fizika tantárgyához készül. Leginkább más segédletekre hivatkozik. A félév során igyekszem úgy bővíteni, hogy a már elmúlt levelezős alkalmakhoz tartozó részeket ne módosítsam, esetleg elírásokat javítok azokban.

1. Első alkalom

1.1. Klasszikus mechanika

Az elméleti részt Sailer Kornél: *Bevezetés a mechanikába* jegyzetéből lehet megtanulni. Az alábbi oldalokon a vastag betűs részek kellenek. A vastagbetűs részekhez tartozó képletek is (a képletek sohasem vastagbetűsek).
41–66. oldal Lagrange-függvény, megmaradási törvények
89–93. oldal Hamilton-egyenletek
A fentieken kívül megoldottunk feladatokat

- ahol a gravitációnak helyzeti energia formájában szerepe volt:
  - lejtőn mozgó autóval,
  - elhanyagolható súlyú rúdon ingaként mozgó tömegponttal
- az űrállomáson rugóval összekapcsolt testekkel kapcsolatban.

Tudni kell egyszerűbb fizikai rendszerek helyzeti energiáját felírni. Tudni kell a Lagrange-függvényt felírni. Tudni kell az Euler–Largange egyenletek illetve a Hamilton-egyenletek felhasználásával a mozgásegyenleteket levezetni. Nem kell tudni megoldani a mozgásegyenleteket.

1.2. Relativitáselmélet, tenzorok, mágneses mező négyesvektor/-tenzor leírása

Az elméleti részt Sailer Kornél: *Relativitásemélet* jegyzetéből lehet megtanulni.

- a jegyzet anyaga a 31. oldalig, kivételek alább

- a 4.4.3. szakasz csak a (4.24) egyenlettől, (kontinuitási egyenlet négyesvektorral felírva, és jelentése)
- 4.4.4, 4.4.5. szakaszok (Maxwell-egyenletek a térerősség tenzorból)

Itt a vastag betűs részek a kiemelten fontos megállapításokat jelentik, de a többi rész is kell.

Fontos tudni, hogy a felső indexek nem hatványozást jelentenek, hanem indexek általában. (Néhol szerepel négyzetreemelés is, de az egyértelműen megkülönböztethető.)

Az (1.9) képlettől (1.17)-ig tartó levezetést nem kell tudni. Az (1.18) és az (1.19) képletek fontosak: nem ész nélkül megtanulni külön-külön, hanem a megfelelő kapcsolattal

$$x^0 = ct, \qquad x^{0\prime} = ct',$$

megkapni egyikből a másikat, és összevetni a Galilei-transzformáció megfelelő (1.7)-beli első és második képleteivel.

Mivel fontos, kiemelném a különbséget a Galilei-féle és az Einstein-féle relativitási elv között.

A *Galilei-féle relativitási elv* azt mondja ki, hogy semmilyen *mechanikai kísérlettel* nem különböztethető meg két egymáshoz képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző rendszer: azokban a fizikai törvények formája megegyezik. Tehát ebben nincs benne, hogy esetleg optikai kísérletekkel ne lehetne megkülönböztetni két rendszert, például úgy, hogy az egyikben más a fény sebessége. A Galilei-féle transzformáció szerint nyilvánvaló, hogy az egyik vonatkoztatási rendszerben mért fénysebességnek általában el kell térnie a másikban mértétől: ha az egyikben adott sebességgel mozog, és a másik vonatkoztatási rendszer szembe mozog a fény ottani sebességvektorával, akkor nyilván abban nagyobbnak kell mérnem a fény sebességét. Ez az, amit az Einstein-féle relativitás elmélet szerint nem így van (és a Michelson–Morley kísérlete szerint sem). Ezek szerint a fény (vákuumbeli) sebessége minden rendszerben azonos. Az *Einstein-féle relativitási elv* szerint tényleg semmilyen kísérlettel nem lehet megállapítani különbséget két inerciarendszer között. Mindegyikben minden fizikai jelenség ugyanúgy zajlik le, ha azonosak a kezdeti feltételek, és ez nem csak a mechanikai törvényekre igaz.

Fontos tudni, hogy a Maxwell-egyenleteknek az a tulajdonsága, hogy a fény vákuumbeli sebességére állandó értéket ad, ellentmondásban van a Galilei-transzformációnak a sebességösszeadásra vonatkozó szabályával, amely szerint másik inerciarendszerből más sebességűnek kellene látni a fényt. A fizikai törvényeket tenzoregyenlet formájában felírva biztosítjuk, hogy azok a relativitáselmélettel összhangban legyenek. Ezért írjuk fel az elektromágneses térerősséget egy tenzor formájában (1.34), amely tartalmazza mind a mágneses tér $\vec{B}$, mind az elektromos tér $\vec{A}$ vektorát.

Fontos tudni, hogy a rövidített írásmód szerint amikor két azonos jelű index van (egyszer fent, egyszer lent), ott összegzést feltételezünk. Pl.

$$A^\mu A_\mu \equiv A^1 \cdot A_1 + A^2 \cdot A_2 + A^3 \cdot A_3 = \sum_{\mu=0}^{3} A^\mu A_\mu$$

1.11.8. szakasz: a tenzor szimmetrikus, ha a mátrixát a főátlóra tükrözve önmagát kapjuk, antiszimmetrikus, ha a -1-szeresét. Az alábbi S mátrix szimmetrikus mátrix, az A mátrix antiszimmetrikus.

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 8 & 7 \\ 9 & 6 & 4 & 8 \\ 8 & 4 & 0 & 3 \\ 7 & 8 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -9 & 8 & -7 \\ 9 & 6 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 0 & -3 \\ 7 & -8 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Feladat: Mik állhatnak csak az antiszimmetrikus mátrix főátlójában?

2. Második alkalom

2.1. Kvantummechanika

A kísérleti előzmények az órán vetített kvantummechanika segédletből: Planck-féle hőmérsékleti sugárzás, fotoeffektus.

1.2.1 és előtte lévő rész nagyon fontos, teljes egészében szükséges. Különösen a Planck energiakvantumaiból [(1). eleje] és a de Broglie összefüggésből [(2). eleje] származó képletek:

$$E = hf = \frac{h}{2\pi} 2\pi f \quad \Rightarrow \quad E = \hbar\omega \tag{1}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}\frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad p = \hbar k \tag{2}$$

a fenti képletekben felhasználtuk a k hullámszám definícióját

Definíció: A *hullámszám* a 2π hosszra eső teljes hullámok száma:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{3}$$

(A fekete négyzet a továbbiakban a definíciók végét jelenti.) ■.

A hullám a térben terjed, így a teljes leírásához nem elég egyetlen adat. Ezért definiáljuk a következőképp a $\vec{k}$ hullámszám-vektort.

Definíció: A tér mindhárom irányában megvizsgáljuk, hogy „hányat hullámzik” 2π hosszegységen, ezekből az adatokból meghatározzuk a *hullámszám-vektor* egyes komponenseit.

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \tag{4}$$

■.

A (1) és (2) jobboldalai így valójában egy négyesvektor-egyenletként írható fel:

$$\begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} \omega \\ k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \tag{5}$$

Az ebben szereplő négyesvektorok a relativitáselméletben megtanult minden jó tulajdonsággal rendelkeznek. A

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{6}$$

négyes-helyvektorral azonos módon transzformálódnak, ha egyik koordináta-rendszerből másikra térünk át.

2.1.1. Jelölések

Ahol a Sailer-jegyzet a szakmabelieknek hasznos, általánosabb fogalomrendszernek megfelelő $|\Psi\rangle$ jelölést használja, ott más jegyzetek sima Ψ jelölést használnak. Szempontunkból az előző jelölésnek nincs nagy jelentősége, használhatjuk úgy a jegyzetet, mintha sima Ψ lenne mindenhol a $|\Psi\rangle$ helyén.

Ahol pedig az alábbi bal oldali alakú kifejezést látom, ott a jobb oldali kifejezés felel meg ennek. (Az egyszerűség kedvéért az egy dimenziós esetet írom le, de a 3 dimenziós is megkapható, ha x helyett $\vec{r}$-et írok). A ψ^* a ψ komplex konjugáltját jelöli. Az $\hat{f}$ helyén persze általában konkrét mennyiségek operátorai szerepelnek.

$$\left\langle\psi|\hat{f}|\psi\right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x)\hat{f}\psi(x)\mathrm{d}x$$

Az 1.2.2 fejezettől csak a vastag betűs részek kellenek egészen a 2. fejezet végéig.

A 36. oldali összefoglaló nagyon hasznos.

Kell a 3.2.14-es és 3.3.9 egyenlet valamint a felettük található vastag betűs rész.

A 3.4.fejezet vastag betűs részei.

3.5.1. fejezet (3.5.1), (3.5.2), (3.5.6), (3.5.7) egyenletek a felettük található vastagbetűs résszel.

A határozatlansági reláció miatt az impulzusmomentumnak legfeljebb egy komponense rendelkezhet határozott értékkel, mivel nem felcserélhetőek.

2.1.2. Impulzusmomentum (perdület), m, l kvantumszámok, spin

(3.5.37) képlet körötti vastagbetűs rész

3.5.4. fejezet (3.5.1), (3.5.2), (3.5.5) egyenletek a felettük található vastagbetűs résszel.

3.5.7. fejezet vastag betűs része (3.5.20)-as egyenletig.

68. oldal teljes

2.1.3. Pontrészecske mozgása

Az alábbiak vastag betűs részei:

4.2.1. fejezet 4.2.3. fejezet 4.2.7. fejezet 4.2.9. fejezet 4.2.10. fejezet 4.2.12. fejezet

3. Harmadik alkalom

Lakner József jegyzete PDF és DOCX formátumban megtalálható az elearning.uni-obuda.hu Műszaki fizika kurzusában. Az egészet tudni kell, kivéve a szabadenergiás részt a vakanciák fejezetben: a (7.3) és (7.4) képletek és a hozzájuk tartozó gondolatmenet nem kellenek.

4. Pár feladat

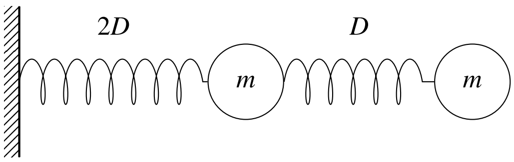
4.1. Lagrange- és Hamilton-formalizmus

A számonkérésben mindenképpen lesz az 1. vagy 2. feladathoz hasonló feladat.

1. feladat: Az alábbi sorokban adottak az egyes rendszerekhez tartozó T mozgási energiák és V helyzeti energiák. Adjuk meg a Lagrange-függvényt és a Hamilton-függvényt valamint az megfelelő Euler–Lagrange- és Hamilton-egyenleteket!

$$\begin{aligned} &a) \quad T = m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2) && V = D(x+y)^2 \\ &b) \quad T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + 2m\dot{y}^2 && V = D(x-2y)^2 \end{aligned}$$

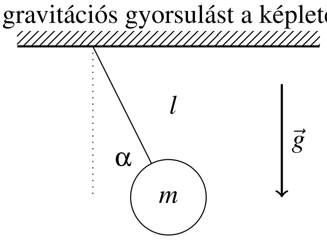
2. feladat: Határozza meg az alábbi rendszer Lagrange-függvényét és Hamilton-függvényét, a mozgásegyenleteket az Euler–Lagrange- illetve Hamilton-egyenletekből! Az alábbi rugók olyan helyen vannak, ahol a gravitáció elhanyagolható. (Pl. valahol a Tejútrendszer és az Androméda-galaxis között félúton.) Mindkét rugó rugóállandója D.



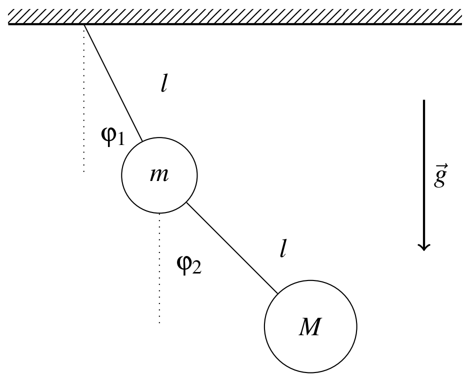
Számonkérésben lehetnek továbbá ennek (vagy az alábbinak) a variációi:

- rugóállandók azonosak, tömegek különböznek,
- az alábbiban a szöget más betű is jelölheti,
- csak az Euler–Lagrange- vagy csak a Hamilton-egyenlet felírása kell.

3. feladat: Határozza meg az alábbi rendszer Lagrange-függvényét és Hamilton-függvényét, a mozgásegyenleteket az Euler–Lagrange- illetve Hamilton-egyenletekből! (Az inga egy közös síkban leng a saját súlyához képest elhanyagolható tömegű rúdon.) A gravitációs gyorsulást a képletekben jelöljék g-vel.



4. feladat: (Szorgalmi. A megoldás értő bemutatását beleszámolom a jegybe.) Határozza meg az alábbi rendszer Lagrange- és Hamilton-függvényét, a mozgásegyenleteket az Euler–Lagrange- illetve Hamilton-egyenletekből! (Az ingák csak egy közös síkban lengenek a saját súlyukhoz képest elhanyagolható tömegű rudakon.) A gravitációs gyorsulást a képletekben jelöljék g-vel.



5. feladat: Egy s szabadsági fokú rendszert hány darab és hányadrendű differenciálegyenlet ír le Euler–Lagrange egyenletek illetve Hamilton-egyenletek esetén?

4.2. Relativitáselmélet

6. feladat: Fogalmazza meg a Galilei-féle relativitás elvét!

7. feladat: Nevezze meg a 4 valódi Galilei-transzformációt!

8. feladat: Írja fel az elektromágneses mező térerősségi-tenzorát! (Négyestenzor, elég a kovariáns alak.)

4.3. Kvantummechanika

9. feladat: A kvantummechanikában mi a (koordináta-)hullámfüggvény valószínűségi jelentése?

4.4. Szilárdtestfizika

10. feladat: Rajzolja fel a térközepes köbös, a lapközepes köbös és a hexagonális elemi cellát! Igaz-e, hogy ezek Wigner-Seitz cellák?

11. feladat: Mekkora legkisebb beesési szög alatt lesz Bragg-reflexió, ha az atomsíkok távolsága 0,2 nm, a röntgenfény hullámhossza 0,3 nm? Mivel lehet még Bragg-reflexiót kiváltani elektromágneses hullámon kívül?

12. feladat: Milyen összetevőkből áll a fémek fajlagos ellenállása? Melyik mitől függ? (Matthiesen-szabály)

13. feladat: Milyen kapcsolat van a fémek elektromos- és hővezető képessége között? (Wiedermann-Franz törvény)

14. feladat: Ismertesse a rácsokat összetartó erőket! Sorolja fel az erősségük szerinti sorrendben!

15. feladat: Mit tudunk a fémek fajhőjéről magas hőmérsékleten, illetve hogyan változik a hőmérséklettel (ábra, tengelyeken a mennyiségek jele, a számértékek nem kellenek)?

16. feladat: Mi a Fermi-energia (Fermi-szint)? Milyen képlet írja le a Fermi-Dirac statisztikát. Ábrázolja az egyes energiaszintek betöltési valószínűségét 0 K-en és magasabb hőmérsékleten.

17. feladat: Ismertesse, hogy mit jelentenek a félvezetők és milyen fajtái vannak!