A természettudományok alapjai

Horváth Árpád <horvath.arpad@amk.uni-obuda.hu>

2017. november 30.

1. Mechanika

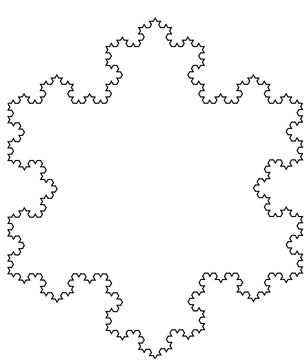
A newtoni mechanika korlátai
modellek érvényességi köre

```
Én fölnéztem az est alól
az egek fogaskerekére -
csilló véletlen szálaiból
törvényt szőtt a mult szövőszéke
és megint fölnéztem az égre
álmaim gőzei alól
s láttam, a törvény szövedéke
mindíg fölfeslik valahol.
  JA
```

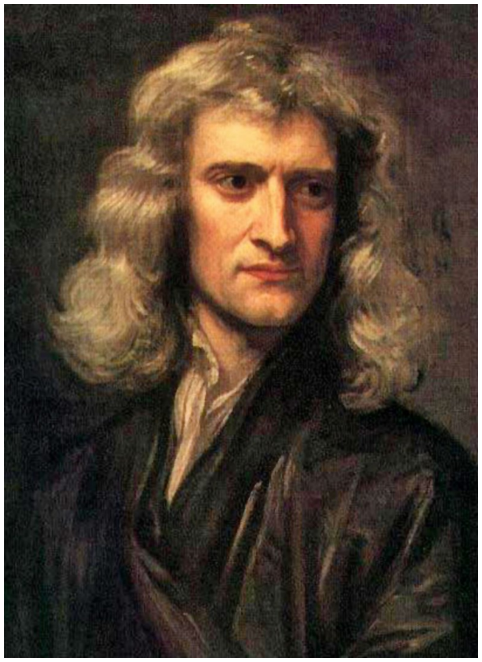
- Nagy sebességeknél ($v \approx c$) és nagy tömegek (feketelyuk) mellett ⇒ spec. és általános relativitáselmélet
- Kis méreteknél (mikroprocesszor, alagútdióda) ⇒ kvantummechanika

Mechanika tárgyalási szintjei

- tömegpont, tömegpont-rendszer
- merev test
- rugalmas test



Newton-axiómák



I. inerciarendszerekről
II. hogyan változtatja az erő a mozgást
III. hatás-ellenhatás
IV. több erő együttes hatása

Mi történik egy mozgó testtel?

Ha nem hat rá semmi, akkor

1. megáll (Arkhimédesz, 2000 év)
2. mozgásban marad (Galilei, 400 éve)

Mihez képest mozog?

Newton I. axiómája

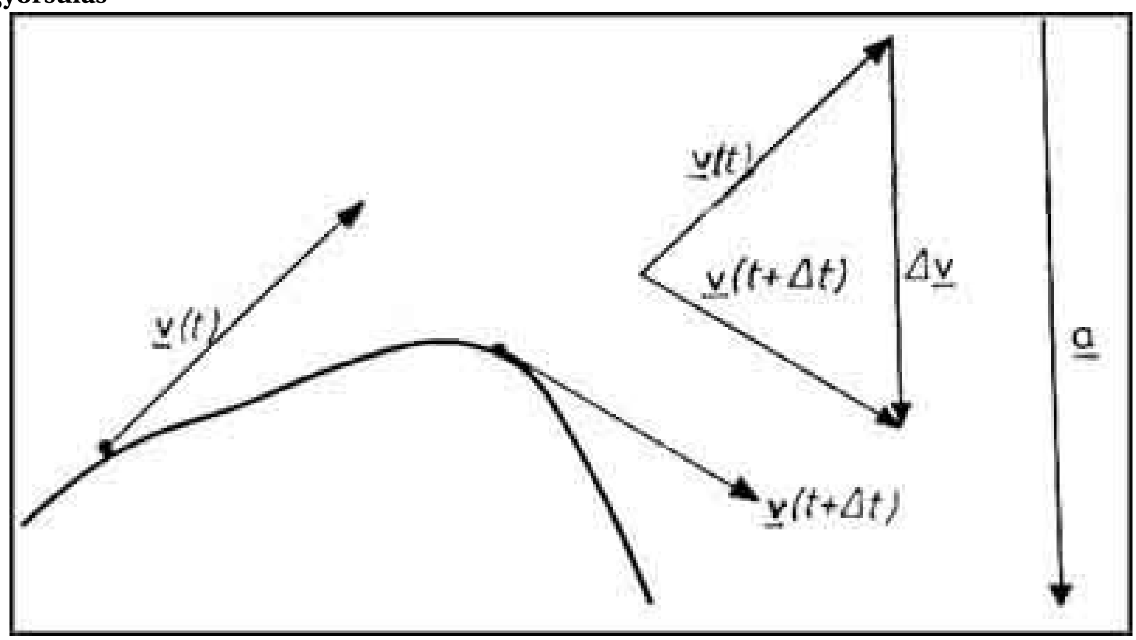
Létezik olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben a testek megtartják a sebességüket (mint vektort: nagyság és irány), ha nem hat rájuk semmi. Ezeket nevezzük inerciarendszereknek.

Megjegyzések:

- A továbbiakban, ha nem mondunk mást, mindig feltételezzük, hogy inerciarendszerben vagyunk. A többi axióma inerciarendszerben érvényes.
- Ha egy vonatkoztatási rendszer inerciarendszer, akkor a hozzá képest állandó sebességgel (mint vektorral) mozgó rendszerek is azok.

Mi történik, ha hat a testre valami?

A gyorsulás



$$\vec{a} \approx \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

ha Δt elég kicsi, minél kisebb Δt, annál pontosabb a közelítés (ha Δt nullához tart, akkor a hányados a gyorsuláshoz tart).

A gyorsulás
haladóknak

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Newton II. axiómája

A test gyorsulását két dolog határozza meg.

- A testre ható *erő*, $\vec{F}$, amely a más testekkel való kölcsönhatását jellemző *vektor*mennyiség. Ezzel arányos, és azonos irányú.
- A tehetetlen *tömeg*, m, amely a testre jellemző *skalár*mennyiség. Ezzel fordítottan arányos.

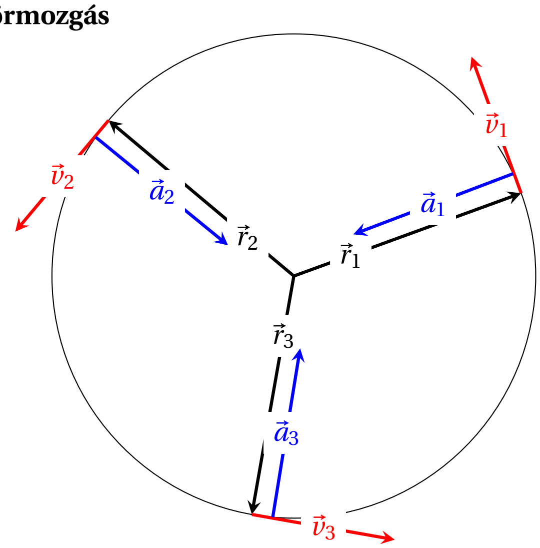
$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

Megjegyzések:

- A továbbiakban a tehetetlen jelzőt általában elhagyjuk a tömeg mellől. (A jelző a gravitációs törvényben szereplő tömegtől való megkülönböztetésre szolgál.)
- Az egyes kölcsönhatások erőtörvényét kísérletekkel lehet meghatározni.

Hol keressem az erő forrását, ha valami egyenletes körmozgást végez?

Körmozgás



$a_{cp} = \frac{v^2}{r}$

A centripetális (középpont felé mutató) gyorsulás mindig egyenlő a pillananyi sebesség négyzete osztva a sugárral.

A körmozgást okozó erőt, ha egyetlen kölcsönhatás okozza, a kör középpontjában kell keresni.

Newton III. axiómája, hatás és ellenhatás

Ha két test kölcsönhat egymással, akkor az egyik által a másikra és a másik által az egyikre ható erők azonos nagyságúak és ellentétes irányúak.

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Newton IV. axiómája, a független kölcsönhatások elve

Ha egy test több másik testtel van kapcsolatban, akkor a II. axiómában szereplő $\vec{F}$ helyére az egyes testek által okozott erők vektori eredőjét kell írni.

A egy testre az 1-es, 2-es, … n-es testek $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2 \dots \vec{F}_n$ erővel hatnak.

$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

$$\vec{F}_e = m\vec{a}$$

Mértékegység-rendszerek

- SI: alapegységei
  - hossz és távolság, méter, m
  - tömeg, kilogramm, kg
  - idő, másodperc, s
  - származtatottak N, Pa, J, m/s m^3, …
- CGS (korábban és kémiában): alapegységei
  - hossz, cm
  - tömeg, g
  - idő, s
  - származtatottak erg, gal, cm/s.

Előtétszavak és más váltószámok

név	**rövidítés**	**szorzó**	
tera	T	10^{12}	
giga	G	10^{9}	
mega	M	10^{6}	
kilo	k	10^{3}	
	-	1	
milli	m	10^{-3}	
mikro	μ	10^{-6}	
nano	n	10^{-9}	
piko	p	10^{-12}	
femto	f	10^{-15}	
hekto	h	100	hl, hPa, ha
deka	da vagy dk	10	dkg
deci	d	$0,1$	dl, dm
centi	c	$0,01$	cm, cl

váltószámok

- $\approx$ 365 nap/év
- 24 h/nap
- 60 min/h
- 60 s/min
- 1000 kg/t
- 100 kg/mázsa
- 1 m/s = 3,6 km/h
- (10000 m^2/ha)

1. feladat Mekkora erővel vonzza a Nap a Földet? És a Föld a Napot?

Távolságuk 150 millió km, nagyon jó közelítéssel körpályán kering a Föld a Nap körül, 1 év alatt.

Moór Ágnes: Középiskolai fizikapéldatár 326. feladat Ezt használjuk, keressenek rá az interneten.

2. feladat Egy 450 t tömegű vonatnak a sebessége 25 s alatt egyenletesen csökken 72 km/h sebességről 54 km/h-ra.

b) Mekkora a fékezőerő? a) Mekkora utat tesz meg ezalatt?

Ugyaninnen házi 142, 149, 150, 316, 320, 328, 338

Néhány erőtörvény

- gravitációs, földfelszín közelében: $G = mg$, Föld középpontja felé, ahol $g \approx 9,81 m/s^2 \approx 10 m/s^2$
- súly (amivel nyomja az alátámasztást, vagy húzza a felfüggesztést) $F_s = G \pm ma$
- csúszási súrlódás: $F_{cs} = \mu F_{ny}$ F_{ny} az összenyomó erő: gyakran G-ből származik
- felhajtóerő $F_f = \rho_k V g$ ρ_k a közeg sűrűsége (pl. vízé, gázé) amennyi az általa kiszorított víz súlya, kisangyalom
- rugóerő $F_r = -Dx$ D a rugóra jellemző állandó, minusz: a kitéréssel ellentétes irányú az erő

Tömegpont egyensúlya

Tömegpont egyensúlyban van, ha a gyorsulás nagysága 0, azaz sebességevektora állandó (irány és nagyság is).

Mi lesz a Newton II. és IV. törvényből?

$\sum_i \vec{F}_i = 0$

1.1. Gravitációs és elektrosztatikus kölcsönhatás erőtörvényei

Feladatok

3. feladat Milyen magasan kell lennie annak a műholdnak, amelynek a keringési ideje 24 óra? (Ilyenek a televíziós műsorszóró műholdak.)

4. feladat Milyen nagy sebességgel kellene a Föld felszínén elhajítani valamit vízszintesen, hogy körpályán haladjon a Föld körül? (Ha nem lenne közegellenállás.)

5. feladat Két pozitív töltés helyezkedik el egymástól 10 cm távolságra: $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ C és $q_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ C. Hol lesz egyensúlyban egy töltés? (Az elektrosztatikuson kívül minden egyéb erő elhanyagolható.)

Házi feladatok

6. feladat Mekkora sebességgel halad a Neptunusz, ha 30-szoros Földtávolságban kering. Ennek hányszorosa a Föld sebessége? Hány év alatt tesz meg egy kört? (Jó közelítéssel körpályán halad, így sebessége jó közelítéssel állandó.)

7. feladat Ha a Nap és a Föld egyhelyben állna egymástól a jelenlegi távolságra (és nem lenne más bolygó), hol lenne egyensúlyban egy test?

1.1.1. Összefüggések és állandók

Elektrosztatika	Gravitáció
$F = k\dfrac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$	$F = \gamma\dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
$k = 9 \cdot 10^9 N\frac{m^2}{C^2}$	$\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} N\frac{m^2}{kg^2}$
Coulomb-törvény	Newton gravitációs törvénye
$E = k\dfrac{q}{r^2}$ ponttöltés elektromos tere r távolságban	$g = \gamma\dfrac{m}{r^2}$ tömegpont grav. térerőssége r távolságban vagy homogén gömbnél a gömbön kívül a középponttól r távolságra

$\Delta E_m = W = q \cdot U$	$U = I \cdot R$ Ohm-törvény
Ha $\vec{E} \parallel \Delta\vec{r} \Rightarrow$ és E állandó az egyenes út mentén:	$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = \pm F \cdot s = \pm qEs$
Ha $\vec{g} \parallel \Delta\vec{r} \Rightarrow$ és g állandó az egyenes út mentén:	$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = \pm F \cdot s = \pm mgh$

elemi töltés	$e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C
elektron tömege	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg
atomi tömegegység	$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg
proton és neutron tömege*	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg
Bohr-sugár	$r_B = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m
Föld közepes sugara	$R_F = 6371$ km
Föld tömege	$m_F = 6 \cdot 10^{24}$ kg
Nap tömege	$m_N = 2 \cdot 10^{30}$ kg
Nap-Föld távolság	$d_{NF} = 150$ millió km

* A proton és a neutron tömege nem pontosan egyezik, de a fenti pontossággal igen.

Vezeték ellenállása:

$$R = \rho\frac{l}{A}$$

kör keresztmetszetnél $A = r^2\pi$, l a vezeték hossza.

A kondenzátor lemezei között haladó elektron (proton…) esete olyan mint a ferde hajítás, csak a gyorsulás lesz más: $ma = F = Eq$

Sorba kötött ellenállások összeadódnak, párhuzamosnál $\frac{1}{R_e} = \sum \frac{1}{R_i}$

Hajításokhoz

- Szabadesés = kezdősebesség nélküli függőleges hajítás
- Függőleges hajítás Egyenletesen változó mozgás, $a = \pm g \approx \pm 10\frac{m}{s^2}$
- Ferde hajítás Függőleges komponens egyenletesen változó mozgás, $a = \pm g$ a vízszintes egyenletes mozgás.

Speciális egyenes vonalú mozgások

- Egyenletesen változó mozgások hely:

$$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0 t + x_0$$

sebesség:

$$v(t) = at + v_0 \qquad \Leftarrow \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Egyenletes mozgásnál az előbbibe $a = 0$-át írunk, és v_0 helyett simán v-t.

$$v(t) = v0 \equiv v$$

$$x(t) = vt + x_0$$

Előjelekre figyelni kell!

Hajításokhoz feladatok a Moór-példatárból

- Szabadesés: 95, 98 órán, 92, 97, 100, 103 otthonra
- Függőleges hajítás: 112 órán, 113, 120 otthonra
- Ferde hajítás: 127 órán, 132 otthonra

1.2. Ütközések egy egyenes mentén

Az ütközéses feladatok esetén a két határeset a rugalmatlan és a rugalmas. A valóságban lezajló ütközések általában a kettő közöttiek szoktak lenni. Mindkettőnél megmarad az impulzus (=lendület). Bár mindkettőnél megmarad az energia is, a könnyen számolható mechanikai energiák nem maradnak meg a rugalmatlannál: hővé és egyéb más energiává alakulnak.

Az alábbi feladatokban egy egyenes mentén mozog a két test kezdeti sebességét a v és V betűvel, az ütközés utáni sebességüket v' illetve V' betűvel, a tömegeiket m és M betűvel jelölöm. A fenti mennyiségekbe beleértek egy előjelet úgy, hogy előre kijelölöm az egyenesen az egyik irányt pozitívnak, és az olyan irányú sebességeket pozitívnak veszem, az ellentéteseket negatívnak. Az előjelet a sebességbe beleértve (azaz sebességkomponenseket és nem sebességnagyságokat használva) a lendület- és mechanikaienergia-megmaradás képletét írhatom mindig a következő formában:

$$mv + MV = mv' + MV'$$
$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2$$

8. feladat Igazoljuk, hogy két test olyan rugalmas ütközéseinél, ahol egyetlen egyenesbe esik mindkét test mozgása a teljes ütközés során, igaz a

$$v + v' = V + V'$$

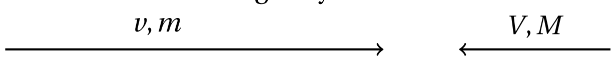
összefüggés. (Tipp: rugalmas ütközések esetén a lendület mellett a mozgási energiák összege is megmarad.)

Ezzel az összefüggéssel lehet egyszerűen számolni rugalmas ütközések esetén. Ha az eredeti két képletet használjuk, két megoldást kapunk mindkét végsebességre.

9. feladat Az ütközés előtt a két test az ábra szerint mozog. Mekkora lesz a végén a sebességük nagysága és iránya, ha (a) rugalmasan, (b) rugalmatlanul ütköznek?

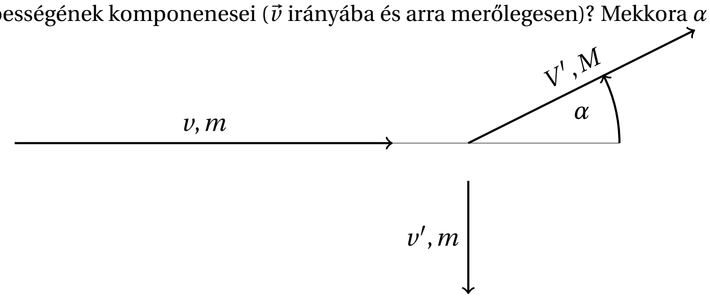
A kezdeti sebességnagyságok $|v| = 5\ \frac{m}{s}$, $|V| = 2\ \frac{m}{s}$,
a tömegek $m = 2\ kg$, $\quad M = 3\ kg$.

10. feladat Mi lesz az előző feladat megoldása rugalmas és rugalmatlan esetben, ha az alábbiak szerint vannak a sebességirányok?



Egy speciális (könnyebben számolható) ütközés síkban

11. feladat Rugalmas ütközés előtt az m tömegű test az ábra szerint mozog, és nekiütközik egy álló M tömegű testnek, utána az m tömegű az eredetire merőleges irányba halad. Mekkora lesz a végén az m test sebességnagysága, és a M test sebességének komponenesei ($\vec{v}$ irányába és arra merőlegesen)? Mekkora α szögben halad az M tömegű test az ütközés után?



A kezdeti sebességnagyság $v = |\vec{v}| = 10\ \frac{m}{s}$, a tömegek $m = 3\ kg$, $\quad M = 5\ kg$.
($v' = 5 m/s, V_x = 6 m/s, V_y = 3 m/s, \alpha = ?$)

1.3. Gimnáziumi összefoglaló feladatgyűjtemény (Továbbiakban ÖF) feladatai

10.1 10.8 10.9 10.12 10.14 10.7 10.16 kútból vödör felhúzása, súlyos lánc 10.21 lövedék sebessége zsák maximális szögéből

14.77 14.78 14.80 14.81 14.142

15.38 15.48 15.51

12. feladat Egy testre állandó 4 Newton nagyságú erő hat, és 10 méterrel elmozdul. Az erő és az elmozdulás 60 fokos szöget zár be. Mennyi munkát végzett az erő?

10.9 variációja:

13. feladat Függőlegesen fellőtt 2 kg tömegű lövedék mozgási energiája a talaj felett 50 méter magasságban 2 kJ.

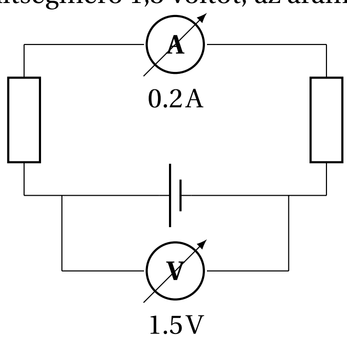
a) Mennyit fog még emelkedni?

b) Mekkora sebességgel lőtték ki?

14.80 variációja

14. feladat Egy 2 Ω-os, egy 5 Ω-os és egy 5 Ω-os ellenállást sorba kapcsolunk. Mekkora az egyes ellenállásokon eső feszültség, ha 24 volt esik az egész ellenállásrendszeren?

15. feladat Egy elem terheletlenül 1,5 voltos. Mekkora a belső ellenállása, ha az ábrán látható feszültségmérő 1,3 voltot, az árammérő 0,2 ampert mér?



1.4. Forgómozgás

haladó	**forgó**	**kör** (a forgó egy pontja)
$s(t)$ ill. $x(t)\ldots$ elmozdulás	$\varphi(t)$ szögelfordulás	$s=\varphi\cdot r$
$v_x(t)=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\ldots$ sebességkomponens	$\omega(t)=\dfrac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$ szögsebesség	$v_{\text{kerületi}}=\omega\cdot r$
$a_x(t)=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\ldots$ gyorsuláskomponens	$\beta(t)=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$ szöggyorsulás	$a_{\text{érintőirányú}}=\beta\cdot r$ $a_{\text{cp}}=\dfrac{v^2_{\text{kerületi}}}{r}$ $a=\sqrt{a^2_{\text{érintőirányú}}+a^2_{cp}}$
m tömeg	Θ tehetelenségi nyomaték	
$\vec{F}$ erő	$\vec{M}$ forgatónyomaték	
$\vec{F}=m\vec{a}$ dinamika alaptörvénye	$\vec{M}=\Theta\vec{\beta}$ forgómozgás alaptörvénye	
$E_m=\dfrac{1}{2}mv^2$ mozgási energia	$E_m=\dfrac{1}{2}\Theta\omega^2$	
$\vec{p}=m\vec{v}$ lendület (=impulzus)	$\vec{L}=\Theta\vec{\omega}$ perdület (=impulzusmomentum)	
$\Sigma\vec{p}_i$ =állandó ha a külső erők eredője nulla lendületmegmaradás	$\Sigma\vec{L}_i$ =állandó ha a külső erők eredő nyomatéka nulla perdületmegmaradás	

Innen jelentősen módosulhat

2. Elektrosztatika

Feladatok elektromossághoz a Moór-példatárból

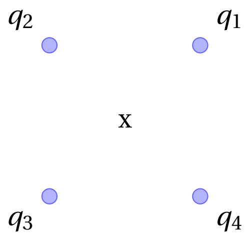
- Coulomb-törvény: 929 – 932:
- energia, potenciál, feszültség: 962 (F=EQ) 967, 971 981 (ferde hajításszerű) 987
- Ohm-törvény, eredő ellenállás, fajlagos ellenállás: 1038, 1048, 1054, 1055, 1049, 1066, 1065
- áramkörök ellenállással, belső ellenállás: 1123–1125, 1131, 1132, 1136
- kondenzátor: ($Q=CU$) 1135, 1142–1144,

2.1. Feladatok órára

1. feladat Egy vékony szigetelő szál alján egy $Q=5\cdot10^{-7}$ C töltésű fémgolyó függ. A szálra egy 2 g tömegű $q=4\cdot10^{-7}$ C töltésű gyöngyszem van felfűzve. Milyen magasan lesz egyensúlyban a gyöngy?

2. feladat Egy kondenzátor lemezei között $E=1500\frac{V}{m}$ térerősség van. Mekkora erő hat az oda helyezett protonra? Mennyi utat tesz meg a proton $t=2$ ns alatt, ha álló helyzetből indul?

3. feladat Mekkora és milyen irányú az elektromos térerősség az alábbi négyzet középpontjában? A négyzet oldalhossza $a = 20\sqrt{2}$ cm. Mekkora és milyen irányú erő hat egy odahelyezett $q_p = -4\cdot10^{-7}$ C nagyságú próbatöltésre? Mekkora gyorsulással indul, ha a tömege 2 g?



$$q_2 = q_3 = -2\cdot10^{-7}\ \text{C},$$
$$q_1 = q_4 = 3\cdot10^{-7}\ \text{C}.$$

4. feladat Mekkora energiára tesz szert egy hélium-atommag (alfa-részecske), ha álló helyzetből 1000 V-tal gyorsítjuk? ($m_\alpha = 6,64\cdot10^{-27}kg$, $e = 1,6\cdot10^{-19}C$)

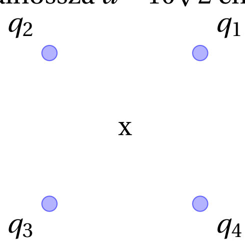
Figyelem! Az alfa-részecske (He^{2+}) két protont tartalmaz, ezért a töltése az elemi töltés (e) kétszerese.

5. feladat Mekkora a feszültségkülönbség A és B pont között, ha egy elektront $4,8\cdot10^{-15}$ J munkával lehet A-ból B-be vinni? Melyik pont pozitívabb?

2.2. Házi feladatok

6. feladat Mekkora erő hat két 5 milliomod Coulombos töltés között 2 méterről?

7. feladat Mekkora, és milyen irányú az elektromos térerősség a négyzet középpontjában? A négyzet oldalhossza $a = 10\sqrt{2}$ cm.



$$q_1 = q_2 = q_3 = -2\cdot10^{-7}\ \text{C},$$
$$q_4 = 3\cdot10^{-7}\ \text{C}.$$

Mekkora erő hat a középpontba helyezett elektronra? Milyen gyorsulással mozog amikor épp ott van?

8. feladat A hidrogénatom alapállapotában az elektron átlagos távolsága a protontól $5,3\cdot10^{-11}$ m. Mekkora erővel hatnak egymásra elektromosan, és mekkora erővel gravitációsan?
Mekkora a két erő hányadosa?

9. feladat Hányszor akkora elektromos taszítóerő hat két proton között, mint amekkora a közöttük ható gravitációs erő?

3. Optikai alapok

Az optikában előforduló anyagok, az *optikai közegek*, jellemzésére használjuk a törésmutatót. A k közeg n_k törésmutatója kifejezhető a $c = 3\cdot10^8\,\frac{m}{s}$ vákuumbeli fénysebességgel és azzal a c_k sebességgel, amellyel az adott közegben halad a fény.

$$n_k = \frac{c}{c_k} > 1$$

Ez a vákuumra vonatkoztatott, úgynevezett *abszolút törésmutató*. Mivel a vákuumban terjed leggyorsabban a fény, ezért ez az érték minden közegre nagyobb egynél. A levegőben ez 1,0003 körüli érték, ami alig tér el a vákuumbelitől. Többféle üveg létezik, melyek törésmutatója adalékanyagoktól függően változik nagyjából 1,4 és 1,8 közötti. A gyémánt törésmutatója rendkívül nagy: 2,42.

Abszolút (azaz vákuumra vonatkoztatott) törésmutatók

$$n = \frac{c_{\text{vákuum}}}{c_{\text{közeg}}}$$

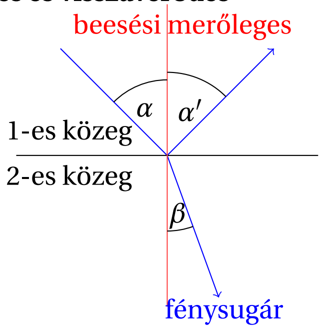
levegőé normál légköri nyomáson (10^5 Pa) és $0C^o$-on 1,0003, általában 1-nek vehető

víz	1,33	üveg	1,4..1,8	gyémánt	2,4
$ZnSiO_4$ (cirkónium)	1,9	GaAs	3,5	NaI(Tl)	1,85
$PbWO_4$ (ólom volframát)	2,3	BGO	2,20	BaF_2	1,56

Optikailag sűrűbbnek nevezünk egy közeget, ha a törésmutatója nagyobb, azaz halad benne a fény.

Az optikai szálakban fontos szerepe van a törésnek és a visszaverődésnek, mégpedig a teljes visszaverődésnek.

Törés és visszaverődés



A fény egy része vagy egésze közeghatárhoz érve visszaverődik másik része a másik (2-es) közegbe behatolhat. A fénysugarak kék vonalai és a beesési merőleges (a közegeket elválasztó síkra merőleges egyenes) piros vonala egy síkban vannak.

Az ábra jelölései szerint az α szöget beesési szögnek, a β szöget törési szögnek nevezzük, az α' szöget visszaverődési szögnek.

A visszaverődés α szöge egyenlő az α' beesési szöggel.

A törést meghatározó törvényt neve *Snellius–Descartes-törvény* mely szerint

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{1}$$

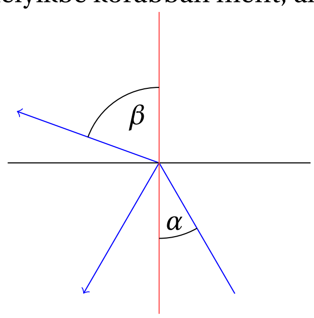
ahol a c_1 és c_2 az 1-es és 2-es közegbeli fénysebesség, az n_1 és n_2 az 1-es és 2-es közeg (abszolút) törésmutatója.

Mivel hegyesszögekre a szinusz monoton növekedő, a nagyobb szög szinusza nagyobb. A nagyobb szög tehát ahhoz az oldalhoz tartozik, amelynél a fénysebesség nagyobb, a törésmutató kisebb.

Tehát az ábrán a kisebb törésmutatójú helytől tartunk a nagyobb irányába, így a törési szög kisebb lesz, mint a beesési szög. Ez a helyzet például, ha a fény levegőből halad üvegbe vagy vízbe.

Ilyenkor a beesési szöget akármennyire megnövelhetem, a törési szög mindig kisebb lesz nála, a fenti egyenletből értelmes értéket számolhatunk a β értékre.

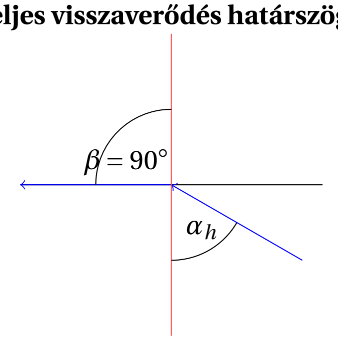
Nézzük meg a fordított irányt. Küldjünk a nagyobb törésmutatójú közegből egy fénysugarat a kisebb törésmutatójúba. A közegekben a fénysugár útja megfordítható: ha abból az irányból küldünk be fényt, amelyikbe korábban ment, akkor az újabb fénysugár arra fog menni, amerről a korábbi jött.



Vizsgáljuk meg, mi történik, ha az α beesési szöget növelem! A β szög is egyre növekszik, és egy α_h szögnél eléri a derékszöget. Ha tovább növelem a beesési szöget, a Snellius–Descartes-törvényből a $\sin\beta$ értékre egynél nagyobb értéket kapok. Mi lesz ekkor a megtört fénysugárral? Nem lesz megtört fénysugár. Ahogy közeledek az α_h határszöghöz, a fénysugár egyre nagyobb része visszaverődik, és egyre kisebb része halad át a másik közegbe. A határszöget túllépve a teljes fénysugár visszaverődik, ezért ezt a szöget a *teljes visszaverődés határszögének* nevezzük.

Nézzük meg, hogy mekkora értéke lesz az α_h határszögnek!

Teljes visszaverődés határszöge



A Snellius–Descartes-törvényben (1-es képlet) a β értéke 90° lesz, melynek szinusza 1, tehát:

$$\sin\alpha_h = \frac{n_2}{n_1} \tag{2}$$

ahol n_2 annak a közegnek a kisebb törésmutatója, amelyik közegbe továbbmenne a fénysugár, az n_1 pedig azé, amelyikből jön a fénysugár, és amelybe végülis teljes mértékben visszaverődik, ha $\alpha > \alpha_h$.

Egy „üveges" feladat + bónusz

1. feladat Mekkora a fény sebessége az 1,5-es (abszolút) törésmutatójú üvegben? Hányszor menne körbe a fény az egyenlítő mentén egy másodperc alatt üvegszálban? Mekkora a teljes visszaverődés határszöge ebből az üvegből levegőbe?

2. feladat Legalább mennyi idő kell, amíg a memóriából eljut a processzorba egy bit, ha 12 cm-es vezeték van közöttük?

Lencsék és tükrök leképezési törvénye

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$$

előjelek:

- *fókusztávolság és dioptria*: pozitív, ha gyűjtő a lencse vagy tükör
- *kép*: pozitív, ha valódi (fordított állású) kép keletkezik
- (*tárgy*: csak lencserendszerek esetén lehet negatív)

gömbtükröknél $f = R/2$ (a gömb sugarának a fele, megfelelő előjellel)

dioptria (lencsénél szokás használni) $D = \frac{1}{f}$, ahol f méterben mért, nincs egység

Optikai feladatok

Moór-féle feladatgyűjtemény:

- terjedési sebesség: 1439, 1441
- fénytörés: 1446–1448, 1450, 1452, 1458
- tükrök: 1498–1500, 1502
- lencsék: 1514–1518, 1520