

# A természettudományok alapjai

Horváth Árpád <horvath.arpad@amk.uni-obuda.hu>

2017. november 2.

## A newtoni mechanika korlátai

modellek érvényességi köre

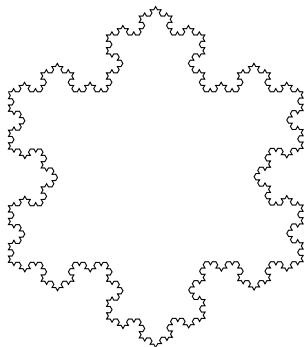
Én fölnéztem az est alól  
az egek fogaskerekére -  
csilló véletlen szálaiból  
törvényt szőtt a mult szövőszéke  
és megint fölnéztem az égre  
álmaim gőzei alól  
s láttam, a törvény szövedéke  
mindíg fölfeslik valahol.

JA

- Nagy sebességeknél ( $v \approx c$ ) és nagy tömegek (feketelyuk) mellett  $\Rightarrow$  spec. és általános relativitáselmélet
- Kis méreteknél (mikroprocesszor, alagútdióda)  $\Rightarrow$  kvantummechanika

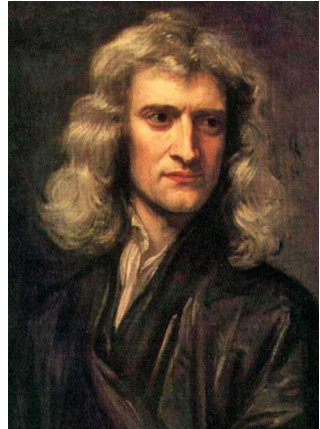
# Mechanika tárgyalási szintjei

- tömegpont, tömegpont-rendszer
- merev test
- rugalmas test



# Newton-axiómák

- I. inerciarendszerekről
- II. hogyan változtatja az erő a mozgást
- III. hatás-ellenhatás
- IV. több erő együttes hatása



# Mi történik egy mozgó testtel?

Ha nem hat rá semmi, akkor

- 1 megáll (Arkhimédész, 2000 év)

# Mi történik egy mozgó testtel?

Ha nem hat rá semmi, akkor

- 1 megáll (Arkhimédész, 2000 év)
- 2 mozgásban marad (Galilei, 400 éve)

# Mi történik egy mozgó testtel?

Ha nem hat rá semmi, akkor

- 1 megáll (Arkhimédész, 2000 év)
- 2 mozgásban marad (Galilei, 400 éve)

Mihez képest mozog?

## Newton I. axiómája

Létezik olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben a testek megtartják a sebességüket (mint vektort: nagyság és irány), ha nem hat rájuk semmi. Ezeket nevezzük inerciarendszereknek.

### Megjegyzések:

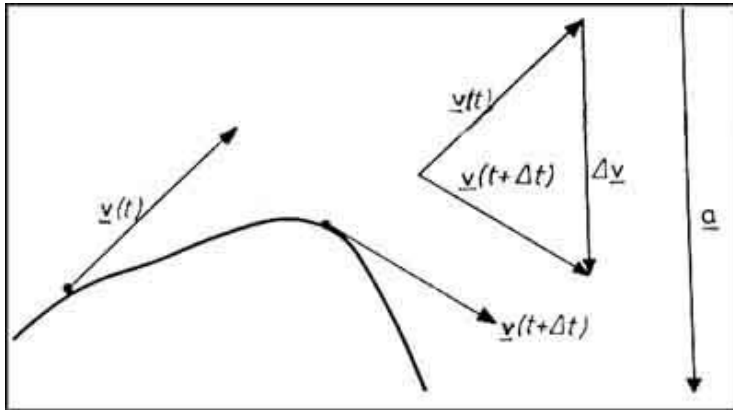
- A továbbiakban, ha nem mondunk mást, mindig feltételezzük, hogy inerciarendszerben vagyunk. A többi axióma inerciarendszerben érvényes.
- Ha egy vonatkoztatási rendszer inerciarendszer, akkor a hozzá képest állandó sebességgel (mint vektorral) mozgó rendszerek is azok.



# Mi történik, ha hat a testre valami?



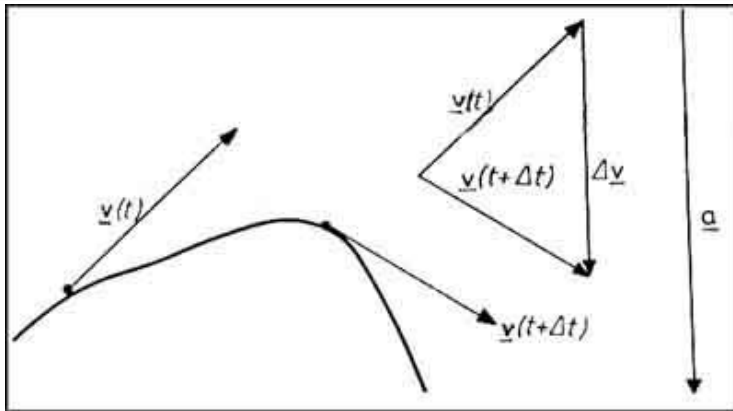
# A gyorsulás



$$\vec{a} \approx \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

ha  $\Delta t$  elég kicsi, minél kisebb  $\Delta t$ , annál pontosabb a közelítés (ha  $\Delta t \rightarrow 0$ )

# A gyorsulás haladóknak



$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

## Newton II. axiómája

A test gyorsulását két dolog határozza meg.

Megjegyzések:

## Newton II. axiómája

A test gyorsulását két dolog határozza meg.

- A testre ható erő,  $\vec{F}$ , amely a más testekkel való kölcsönhatását jellemző vektormennyiség. Ezzel arányos, és azonos irányú.

Megjegyzések:

## Newton II. axiómája

A test gyorsulását két dolog határozza meg.

- A testre ható **erő**,  $\vec{F}$ , amely a más testekkel való kölcsönhatását jellemző **vektormennyiség**. Ezzel arányos, és azonos irányú.
- A tehetetlen **tömeg**,  $m$ , amely a testre jellemző **skalármennyiség**. Ezzel fordítottan arányos.

Megjegyzések:

## Newton II. axiómája

A test gyorsulását két dolog határozza meg.

- A testre ható **erő**,  $\vec{F}$ , amely a más testekkel való kölcsönhatását jellemző **vektormennyiség**. Ezzel arányos, és azonos irányú.
- A tehetetlen **tömeg**,  $m$ , amely a testre jellemző **skalármennyiség**. Ezzel fordítottan arányos.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

Megjegyzések:

## Newton II. axiómája

A test gyorsulását két dolog határozza meg.

- A testre ható **erő**,  $\vec{F}$ , amely a más testekkel való kölcsönhatását jellemző **vektormennyiség**. Ezzel arányos, és azonos irányú.
- A tehetetlen **tömeg**,  $m$ , amely a testre jellemző **skalár**mennyiség. Ezzel fordítottan arányos.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

### Megjegyzések:

- A továbbiakban a tehetetlen jelzőt általában elhagyjuk a tömeg mellől. (A jelző a gravitációs törvényben szereplő tömegtől való megkülönböztetésre szolgál.)



## Newton II. axiómája

A test gyorsulását két dolog határozza meg.

- A testre ható **erő**,  $\vec{F}$ , amely a más testekkel való kölcsönhatását jellemző **vektormennyiség**. Ezzel arányos, és azonos irányú.
- A tehetetlen **tömeg**,  $m$ , amely a testre jellemző **skalár**mennyiség. Ezzel fordítottan arányos.

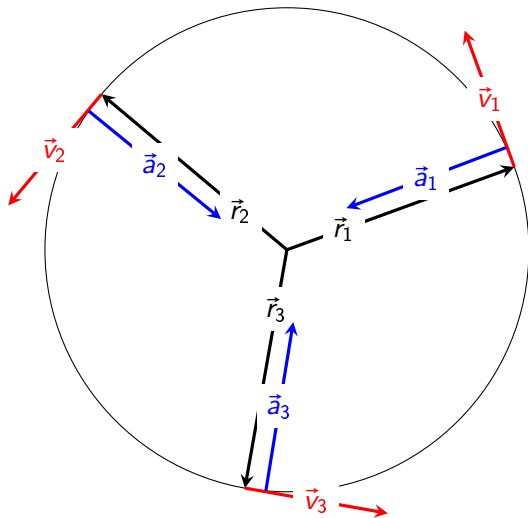
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

### Megjegyzések:

- A továbbiakban a tehetetlen jelzőt általában elhagyjuk a tömeg mellől. (A jelző a gravitációs törvényben szereplő tömegtől való megkülönböztetésre szolgál.)
- Az egyes kölcsönhatások erőtvényét kísérletekkel lehet meghatározni.

Hol keressem az erő forrását, ha valami egyenletes körmozgást végez?

## Körmozgás



$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}$$

A centripetális (középpont felé mutató) gyorsulás mindig egyenlő a pillananyi sebesség négyzete osztva a sugárral.

## Newton III. axiómája, hatás és ellenhatás

Ha két test kölcsönhat egymással, akkor az egyik által a másikra és a másik által az egyikre ható erők azonos nagyságúak és ellentétes irányúak.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

## Newton IV. axiómája, a független kölcsönhatások elve

Ha egy test több másik testtel van kapcsolatban, akkor a II. axiómában szereplő  $\vec{F}$  helyére az egyes testek által okozott erők vektori eredőjét kell írni.

A egy testre az 1-es, 2-es, ...  $n$ -es testek  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$  erővel hatnak.

$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n F_i$$

$$\vec{F}_e = m\vec{a}$$

# Mértékegység-rendszerek

- SI: alapegységei
  - hossz és távolság, méter, m
  - tömeg, kilogramm, kg
  - idő, másodperc, s
  - származtatottak N, Pa, J,  $m/s$   $m^3$ , ...
- CGS (korábban és kémiában): alapegységei
  - hossz, cm
  - tömeg, g
  - idő, s
  - származtatottak erg, gal,  $cm/s$ .

## Előtétszavak és más váltószámok

név	rövidítés	szorzó		
tera	T	$10^{12}$		
giga	G	$10^9$		
mega	M	$10^6$		váltószámok
kilo	k	$10^3$		• $\approx 365$ nap/év
	-	1		• 24 h/nap
milli	m	$10^{-3}$		• 60 min/h
mikro	$\mu$	$10^{-6}$		• 60 s/min
nano	n	$10^{-9}$		• 1000 kg/t
piko	p	$10^{-12}$		• 100 kg/mázsa
femto	f	$10^{-15}$		
hekto	h	100	hl, hPa, ha	• 1 m/s = 3,6 km/h
deka	da vagy dk	10	dkg	• (10000 m <sup>2</sup> /ha)
deci	d	0,1	dl, dm	
		0,01		

**1. feladat** Mekkora erővel vonzza a Nap a Földet? És a Föld a Napot?

Távolságuk 150 millió km, nagyon jó közelítéssel körpályán kering a Föld a Nap körül, 1 év alatt.

Moór Ágnes: Középiskolai fizikapéldatár 326. feladat  
Ezt használjuk, keressenek rá az interneten.

**2. feladat** Egy 450 t tömegű vonatnak a sebessége 25 s alatt egyenletesen csökken 72 km/h sebességről 54 km/h-ra.

b) Mekkora a fékezőerő? a) Mekkora utat tesz meg ezalatt?

Ugyaninnen házi 142, 149, 150, 316, 320, 328, 338



## Néhány erőtvény

- gravitációs, földfelszín közelében:  
 $G = mg$ , Föld középpontja felé,  
ahol  $g \approx 9,81m/s^2 \approx 10m/s^2$
- súly (amivel nyomja az alátámasztást, vagy húzza a felfüggesztést)  $F_s = G \pm ma$
- csúszási súrlódás:  $F_{cs} = \mu F_{ny}$   
 $F_{ny}$  az összenyomó erő: gyakran G-ből származik
- felhajtóerő  $F_f = \rho_k Vg$   
 $\rho_k$  a közeg sűrűsége (pl. vízé, gázé)  
amennyi az általa kiszorított víz súlya, kisangyalom
- rugóerő  $F_r = -Dx$   
 $D$  a rugóra jellemző állandó,  
minusz: a kitéréssel ellentétes irányú az erő

## Tömegpont egyensúlya

Tömegpont egyensúlyban van, ha a gyorsulás nagysága 0, azaz sebességevektora állandó (irány és nagyság is).  
Mi lesz a Newton II. és IV. törvényből?

## Tömegpont egyensúlya

Tömegpont egyensúlyban van, ha a gyorsulás nagysága 0, azaz sebességevektora állandó (irány és nagyság is).

Mi lesz a Newton II. és IV. törvényből?

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

# Az elektromos és gravitációs kölcsönhatás

## Elektrosztatika

$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$$

Coulomb-törvény

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

ponttöltés elektromos tere  $r$  távolságban

ponttöltés potenciálja:

$$\varphi = k \frac{Q}{r}$$

feszültség:  $U_{AB} = \varphi_B - \varphi_A$

## Gravitáció

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Newton gravitációs törvénye

$$g = \gamma \frac{m}{r^2}$$

tömegpont grav. térerőssége  $r$  távolságban  
vagy homogén gömbnél a gömbön kívül  
a középponttól  $r$  távolságra

tömegpont terében helyzeti energia:

$$E_h = \gamma \frac{m}{r}$$
$$W_{AB} = E_{hA} - E_{hB}$$

## Pár állandó

elemi töltés	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
elektron tömege	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
atomi tömegegység	$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
proton és neutron tömege*	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Bohr-sugár	$r_B = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
Föld közepes sugara	$R_F = 6371 \text{ km}$
Föld tömege	$m_F = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Nap tömege	$m_N = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Nap-Föld távolság	$d_{NF} = 150 \text{ millió km}$

\* A proton és a neutron tömege nem pontosan egyezik, de a fenti pontossággal igen.

## Feladatok

- 3. feladat** Milyen magasan kell lennie annak a műholdnak, amelynek a keringési ideje 24 óra? (Ilyenek a televíziós műsorszóró műholdak.)
- 4. feladat** Milyen nagy sebességgel kellene a Föld felszínén elhajítani valamit vízszintesen, hogy körpályán haladjon a Föld körül? (Ha nem lenne közegellenállás.)
- 5. feladat** Két pozitív töltés helyezkedik el egymástól 10 cm távolságra:  $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$  C és  $q_2 = 3 \cdot 10^{-7}$  C. Hol lesz egyensúlyban egy töltés? (Az elektrosztatikuson kívül minden egyéb erő elhanyagolható.)

## Házi feladatok

**6. feladat** Mekkora sebességgel halad a Neptunusz, ha 30-szoros Földtávolságban kering. Ennek hányszorosa a Föld sebessége? Hány év alatt tesz meg egy kört? (Jó közelítéssel körpályán halad, így sebessége jó közelítéssel állandó.)

**7. feladat** Ha a Nap és a Föld egyhelyben állna egymástól a jelenlegi távolságra (és nem lenne más bolygó), hol lenne egyensúlyban egy test?

## Hajtásokhoz

- Szabadesés = kezdősebesség nélküli függőleges hajtás
- Függőleges hajtás  
Egyenletesen változó mozgás,  $a = \pm g \approx \pm 10 \frac{m}{s^2}$
- Ferde hajtás  
Függőleges komponens egyenletesen változó mozgás,  $a = \pm g$   
a vízszintes egyenletes mozgás.



# Speciális egyenes vonalú mozgások

- Egyenletesen változó mozgások hely:

$$x(t) = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + x_0$$

sebesség:

$$v(t) = at + v_0 \quad \leftarrow \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Egyenletes mozgásnál az előbbibe  $a=0$ -át írunk, és  $v_0$  helyett simán  $v$ -t.

$$v(t) = v_0 \equiv v$$

$$x(t) = vt + x_0$$

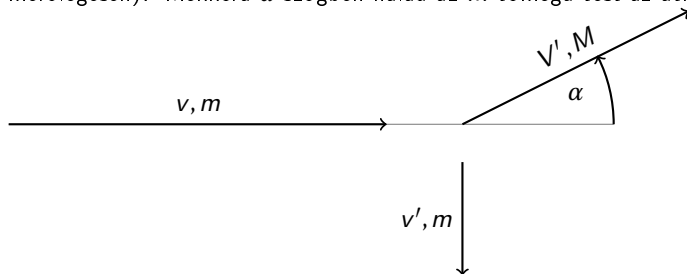
**Előjelekre figyelni kell!**

## Hajtásokhoz feladatok a Moór-példatárból

- Szabadesés: 95, 98 órán, 92, 97, 100, 103 otthonra
- Függőleges hajtás: 112 órán, 113, 120 otthonra
- Ferde hajtás: 127 órán, 132 otthonra

## Egy speciális (könnyebben számolható) ütközés síkban

**8. feladat** Rugalmas ütközés előtt az  $m$  tömegű test az ábra szerint mozog, és nekiütközik egy álló  $M$  tömegű testnek, utána az  $m$  tömegű az eredetire merőleges irányba halad. Mekkora lesz a végén az  $m$  test sebességnagysága, és a  $M$  test sebességének komponensei ( $\vec{v}$  irányába és arra merőlegesen)? Mekkora  $\alpha$  szögben halad az  $M$  tömegű test az ütközés után?



A kezdeti sebességnagyság  $v = |\vec{v}| = 10 \frac{m}{s}$ ,  
a tömegek  $m = 3 \text{ kg}$ ,  $M = 5 \text{ kg}$ .

( $v' = 5 \text{ m/s}$ ,  $V_x = 6 \text{ m/s}$ ,  $V_y = 3 \text{ m/s}$ ,  $\alpha = ?$ )

# A mozgástípusok összehasonlítása 1.

haladó	forgó	kör (a forgó egy pontja)
$s(t)$ ill. $x(t)$ ... elmozdulás	$\varphi(t)$ szögelfordulás	$s = \varphi \cdot r$
$v_x(t) = \frac{dx}{dt}$ ... sebességkomponens	$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}$ szögsebesség	$v_{\text{kerületi}} = \omega \cdot r$
$a_x(t) = \frac{dv}{dt}$ ... gyorsuláskomponens	$\beta(t) = \frac{d\omega}{dt}$ szöggyorsulás	$a_{\text{érintőirányú}} = \beta \cdot r$ $a_{cp} = \frac{v_{\text{kerületi}}^2}{r}$ $a = \sqrt{a_{\text{érintőirányú}}^2 + a_{cp}^2}$
$m$ tömeg	$\Theta$ tehetelenségi nyomaték	
$\vec{F}$ erő	$\vec{M}$ forgatónyomaték	
$\vec{F} = m\vec{a}$ dinamika alaptörvénye	$\vec{M} = \Theta\vec{\beta}$ forgómozgás alaptörvénye	

## A mozgástípusok összehasonlítása 2.

haladó	forgó
$m$ tömeg	$\Theta$ tehetelenségi nyomaték
$\vec{F}$ erő	$\vec{M}$ forgatónyomaték
$\vec{F} = m\vec{a}$ dinamika alaptörvénye	$\vec{M} = \Theta\vec{\beta}$ forgómozgás alaptörvénye
$E_m = \frac{1}{2}mv^2$	$E_m = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$
mozgási energia	
$\vec{p} = m\vec{v}$ lendület (=impulzus)	$\vec{L} = \Theta\vec{\omega}$ perdület (=impulzusmomentum)
$\Sigma\vec{p}_i = \text{állandó}$ ha a külső erők eredője nulla lendületmegmaradás	$\Sigma\vec{L}_i = \text{állandó}$ ha a külső erők eredő nyomatéka nulla perdületmegmaradás

## Feladatok elektromossághoz a Moór-példatárból

- Coulomb-törvény: 929 – 932:
- energia, potenciál, feszültség: 962 ( $F=EQ$ )  
967, 971  
981 (ferde hajításszerű)  
987
- Ohm-törvény, eredő ellenállás, fajlagos ellenállás: 1038, 1048,  
1054, 1055, 1049, 1066, 1065
- áramkörök ellenállással, belső ellenállás: 1123–1125, 1131,  
1132, 1136
- kondenzátor: ( $Q = CU$ )  
1135, 1142–1144,

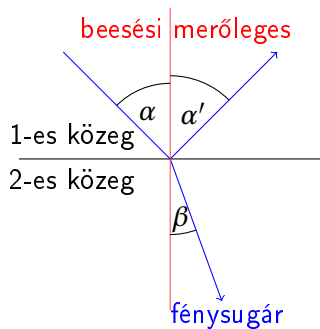
## Abszolút (azaz vákuumra vonatkoztatott) törésmutatók

$$n = \frac{c_{\text{vákuum}}}{c_{\text{közeg}}}$$

levegőé normál légköri nyomáson ( $10^5$  Pa) és  $0\text{C}^\circ$ -on 1,0003, általában 1-nek vehető

víz	1,33	üveg	1,4..1,8	gyémánt	2,4
ZnSiO <sub>4</sub> (cirkónium)	1,9	GaAs	3,5	Nal(Tl)	1,85
PbWO <sub>4</sub> (ólom volframát)	2,3	BGO	2,20	BaF <sub>2</sub>	1,56

## Törés és visszaverődés



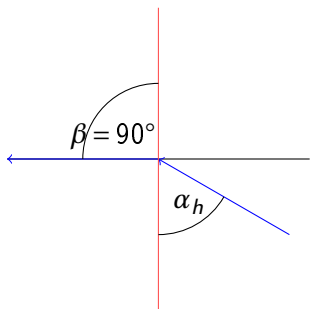


A törést meghatározó törvényt neve *Snellius–Descartes-törvény* mely szerint

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

ahol a  $c_1$  és  $c_2$  az 1-es és 2-es közegbeli fénysebesség, az  $n_1$  és  $n_2$  az 1-es és 2-es közeg (abszolút) törésmutatója.

# Teljes visszaverődés határszöge



## Egy „üveges” feladat + bónusz

**1. feladat** Mekkora a fény sebessége az 1,5-es (abszolút) törésmutatójú üvegben?

Hányszor menne körbe a fény az egyenlítő mentén egy másodperc alatt üvegszámban?

Mekkora a teljes visszaverődés határszöge ebből az üvegből levegőbe?

**2. feladat** Legalább mennyi idő kell, amíg a memóriából eljut a processzorba egy bit, ha 12 cm-es vezeték van közöttük?

## Lencsék és tükrök leképezési törvénye

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$$

előjelek:

- **fókusz távolság és dioptria**: pozitív, ha gyűjtő a lencse vagy tükör
- **kép**: pozitív, ha valódi (fordított állású) kép keletkezik
- **(tárgy)**: csak lencserendszerek esetén lehet negatív)

gömtükröknél  $f = R/2$  (a gömb sugarának a fele, megfelelő előjellel)

dioptria (lencsénél szokás használni)  $D = \frac{1}{f}$ , ahol  $f$  méterben mért, nincs egység

# Optikai feladatok

- terjedési sebesség: 1439, 1441
- fénytörés: 1446–1448, 1450, 1452, 1458
- tükrök: 1498–1500, 1502
- lencsék: 1514–1518, 1520