1. Klasszikus és geometriai valószínűség

$$\mathbf{P}(A)=\frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes esetek száma}}=\frac{k}{n} \qquad \mathbf{P}(A)=\frac{m(A)}{m(\Omega)}, \quad m=\text{mérték (terület, térfogat, hossz)}$$

2. A valószínűségi változók alapfogalmai

Eloszlásfüggvény $\mathrm{F}(x)=\mathbf{P}(\xi<x)$

Sűrűségfüggvény (ha létezik) $\mathrm{F}(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t, \quad f(x)=F'(x)$

	Diszkrét eloszlásra	folytonos eloszlásra
várható érték	$\mathbf{M}(\xi)=\sum x_i p_i$	$\mathbf{M}(\xi)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x\cdot f(x)\,\mathrm{d}x$
$\mathbf{D}^2$ (nem definíció)	$\mathbf{D}^2(\xi)=\mathbf{M}(\xi^2)-\mathbf{M}^2(\xi)$	mint a diszkrétnél
$\mathbf{D}^2$ kiszámítása	$\mathbf{D}^2(\xi)=\sum x_i^2 p_i-\left(\sum x_i p_i\right)^2$	$\mathbf{D}^2(\xi)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,\mathrm{d}x-\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x\right)^2$

M (mean) helyett a szakirodalom gyakran **E** (expected) betűt használ.

3. Nevezetes valószínűségi változók

3.1. Diszkrét valószínűségi változók

Binomiális eloszlás $\mathbf{P}(\xi=k)=\binom{n}{k}p^k q^{n-k}, \quad k=0,1,\ldots,n, \quad q=1-p$

Paraméterek: n pozitív egész; $p:\ 0<p<1$

$\mathbf{M}(\xi)=np, \qquad \mathbf{D}(\xi)=\sqrt{npq}$

Alkalmazás: Egy kísérletet n-szer megismételek, mekkora valószínűséggel fog bekövetkezni k-szor az az esemény, amely egy kísérletben p valószínűséggel következik be.

Ha visszatevéssel kihúzok n tárgyat, és az adott tulajdonságúak számát vizsgálom, az is n kísérlet. A p-t (általában) a klasszikus valószínűség összefüggésével számoljuk ki.

Hipergeometrikus eloszlás $\mathbf{P}(\xi=k)=\dfrac{\binom{s}{k}\binom{m-s}{n-k}}{\binom{m}{n}}, \quad k=0,1,\ldots,n$

Paraméterek: m,s,n pozitív egészek, $s<m, n<m$

$\mathbf{M}(\xi)=np, \qquad \mathbf{D}(\xi)=\sqrt{np(1-p)\left(1-\dfrac{n-1}{m-1}\right)} \quad \text{ahol } p=\dfrac{s}{m}$

Alkalmazás: m dolog közül s darab T tulajdonságú (pl. selejtes, piros, nyugdíjas …) Ha n-et kihúzok, mekkora valószínűséggel lesz k darab T tulajdonságú közöttük.

Poisson-eloszlás $\mathbf{P}(\xi=k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad k=0,1,\ldots$

Paraméter: λ pozitív valós szám

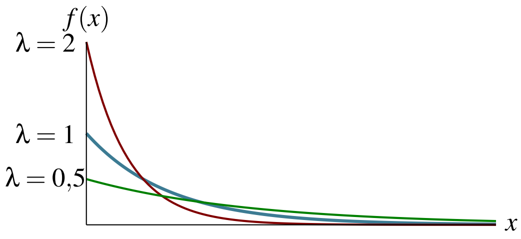
$\mathbf{M}(\xi)=\lambda, \qquad \mathbf{D}(\xi)=\sqrt{\lambda}$

Alkalmazás: Bizonyos *adott idő alatt* bekövetkező események száma (bomló atommagoké, központba érkező telefonhívásoké, meghibásodásoké) bizonyos dolgok (kráterek, mazsola kalácsban) *adott területre eső* száma.

3.2. Folytonos valószínűségi változók

$$\mathbf{P}(a < \xi < b) = F(b) - F(a), \qquad \mathbf{P}(a < \xi) = 1 - F(a)$$

Exponenciális eloszlás Paraméter: λ.



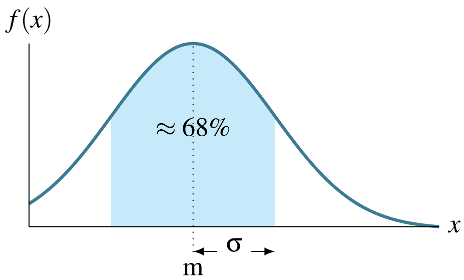
Három exponenciális eloszlás sűrűségfüggvénye különböző λ paraméterekkel. A terület természetesen mindegyik alatt 1.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \le 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \le 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{M}(\xi) = \mathbf{D}(\xi) = \frac{1}{\lambda},$$

Alkalmazás: Egy radioaktív atom életideje mindig, meghibásodások között eltelt idő általában exponenciális eloszlású.

Normális eloszlású Paraméterek: m, σ, $\sigma > 0$.



x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0	0,5	0,02	0,508	0,05	0,520
0,1	0,539	0,2	0,579	0,3	0,618
0,4	0,656	0,5	0,691	0,6	0,726
0,7	0,758	0,8	0,788	0,9	0,816
1	0,841	1,3	0,903	1,5	0,933
2	0,977	2,3	0,989	2,5	0,994

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \qquad \mathbf{M}(\xi) = m, \quad \mathbf{D}(\xi) = \sigma,$$

Mivel az eloszlásfüggvény nehezen számolható ki, ezért ezt táblázatból vagy számítógéppel szokták meghatározni. Az eloszlásfüggvény visszavezethető a standard normális eloszlásra.

Az m-re szimmetrikus σ sugarú intervallumban található az értékek nagyjából 68%-a, a 2σ sugarúban a a 95 %, a 3σ sugarúban a 99,7 %. (A részecskefizikában az 5σ-s bizonyosságot fogadják el felfedezésnek.)

Alkalmazás: Mérési hiba eloszlása, egy „gyártósoron” készült alkatrészek méreteloszlása, azonos korú gyerekek magasság-eloszlása, általában normális eloszlású.

Standard normális eloszlású, ha $m = 0$ és $\sigma = 1$ Eloszlásfüggvényét $\Phi(x)$-vel szokás jelölni, táblázatokban megtalálható. (Néhány érték fentebb is.)

Összefüggés a normális és a standard normális eloszlás között és eloszlás negatív érték esetén

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right), \qquad \Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$